ENSGSI 1° Année Ingénieur
Mercredi 12 décembre 2001

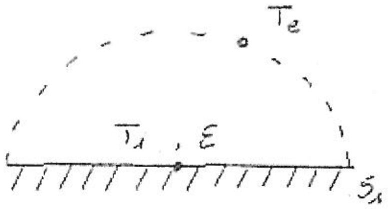
D. Maillet

Examen de Transferts Thermiques

Durée : 2h30 - Tout document de cours ou TD autorisé

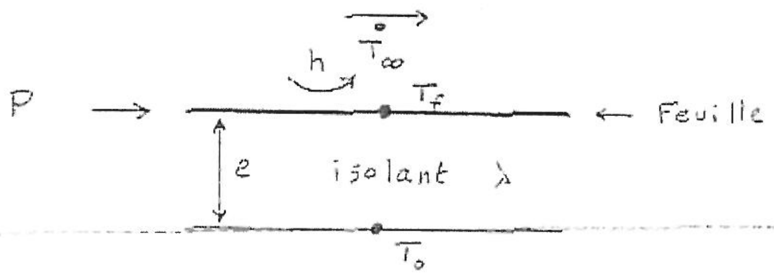
Exercice 1

Une surface plane, d'aire S_1, dont le comportement radiatif peut être considéré comme diffus et gris, caractérisée par une émissivité ε et une température uniforme T_1, échange de la chaleur avec un environnement radiatif (atmosphère gazeuse) à température T_e. Cet environnement radiatif peut être assimilé à une hémisphère noire, centrée sur la surface S_1. Etablir alors l'expression du flux net échangé entre la surface plane et l'environnement extérieur.



Exercice 2

Une technique pour mesurer le coefficient de transfert convectif sur une surface consiste à coller une fine feuille métallique sur un matériau isolant, en exposant l'autre face de la feuille à l'écoulement fluide.



En faisant passer un courant électrique dans la feuille, de la chaleur est dissipée par effet Joule (densité surfacique de puissance P). Cette puissance surfacique peut alors être mesurée électriquement. Si l'épaisseur de la couche isolante e et sa conductivité thermique λ sont connues et si les températures du fluide T_∞, de la feuille T_f et de la face arrière de l'isolant T_0 sont mesurées, le coefficient d'échange par convection h peut être déterminé.

On se palace dans les conditions suivantes :

$T_\infty = T_0 = 25\ °C$ $P = 2000\ W/m^2$ $e = 10\ mm$ $\lambda = 0{,}040\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$

1) Lorsque l'on fait circuler un écoulement d'eau sur la feuille, la température de celle-ci s'établit à la valeur suivante : $T_f = 27°C$.

a) Déterminer alors le coefficient h.

b) Quelle erreur relative fait-on sur h si l'on suppose que toute la puissance dissipée passe directement dans l'écoulement d'eau ?

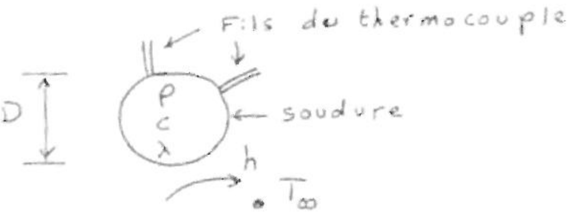
2) Si c'est maintenant un écoulement d'air qui circule sur la feuille, la température de celle-ci se stabilise à T_f = 125 °C. La feuille possède une émissivité de 0,15 et est située dans un environnement radiatif à une température de 25°C.

a) Déterminer le coefficient d'échange par convection h.

b) Quelle erreur relative commet-on sur sur h si l'on suppose que toute la puissance dissipée passe directement par convection dans l'écoulement d'air ?

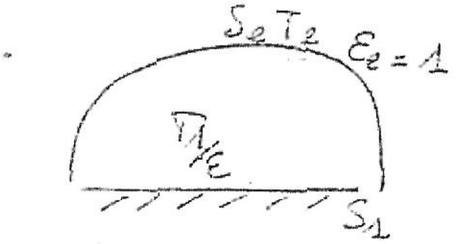
Exercice 3

Un thermocouple, dont la soudure est de forme approximativement sphérique de diamètre D = 0,5 mm (conductivité thermique λ = 20 W m^{-1} K^{-1} , masse volumique ρ = 8500 kg m^{-3}, chaleur spécifique c = 400 J kg^{-1} K^{-1}), initialement à l'équilibre à la température T_0 = 30°C, est plongé, à l'instant t = 0, dans un écoulement d'huile à une température T_∞ = 130°C. Le coefficient d'échange convectif entre la surface de la soudure et l'écoulement est h = 1000 W K^{-1} m^{-2}. On recherche le temps $t_{0,99}$ au bout duquel la température $T_{0,99}$ mesurée par le thermocouple a atteint, à 99 % près, la température du liquide.

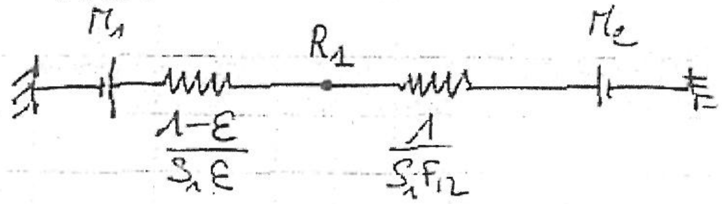


1) Que vaut $T_{0,99}$?
2) On souhaite résoudre ce problème en utilisant l'hypothèse du petit corps. Est-ce justifiée ? Pourquoi ?
3) Ecrire alors l'équation différentielle gouvernant l'évolution de la température T du couple ainsi quela condition initiale.
4) Tracer qualitativement l'allure de la variation temporelle $T(t)$.
5) Résoudre l'équation précédente et évaluer la constante de temps (il est conseillé pour ce faire de trouver l'expression de la température réduite $(T - T_0)/(T_\infty - T_0)$). Que vaut $t_{0,99}$?
6) A votre avis, ce thermocouple est-il adapté pour suivre des fluctuations périodiques de température de 10 Hertz de fréquence dans un écoulement d'air (coefficient d'échange dans l'air h = 10 W K^{-1} m^{-2} cette fois) ? Pourquoi ?

ex 18



$1^{ère}$ méthode :



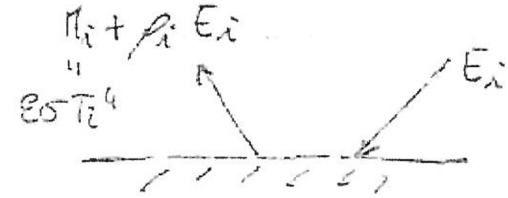
$$\underbrace{M_1 - M_e}_{\Delta U} = \left(\frac{1-\varepsilon}{S_1\varepsilon} + \frac{1}{S_1F_{12}}\right)\phi_{12_{net}}$$

$$\Rightarrow \quad M_1 - M_e = \left(\frac{1-\varepsilon+\varepsilon}{\varepsilon S_1}\right)\phi_{net}$$

$$\phi_{1\to 2_{net}} = \varepsilon S_1 (M_1^\circ - M_e^\circ) = \varepsilon S_1 \sigma (T_1^4 - T_e^4)$$

$2^{ème}$ méthode : $\quad M_i = \sum_j \left(\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i)F_{ij}\right) R_j$

Rappels : $\quad R_i = \dfrac{\text{rayonn}^t \text{ quittant la surface}}{\text{unité de surface}}$



$$R_i = M_i + \rho_i E_i$$
$$R_i = M_i + (1-\varepsilon_i) E_i$$

$$M_i^\circ - R_i = (1-\varepsilon_i) M_i^\circ - (1-\varepsilon_i) E_i$$

$\to \dot{V} = u \cdot \frac{\pi D^2}{4} = \frac{5{,}92 \times \pi \times (10{,}3) \cdot 10^{-3}}{4} = \boxed{0{,}47\ m^3 s^{-1}}$

$$\Rightarrow \quad E_i = \frac{1}{1-\varepsilon_i}\left(R_i - \varepsilon_i n_i^\circ\right)$$

$$* \quad q_i = R_i - E_i = R_i - \frac{1}{1-\varepsilon_i}\left(R_i - \varepsilon_i n_i^\circ\right)$$

$$= \frac{(1-\varepsilon_i)R_i - R_i + \varepsilon_i n_i^\circ}{1-\varepsilon_i}$$

$$q_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(n_i^\circ - R_i\right)$$

$$q_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(n_i^\circ - \varepsilon_i n_i^\circ - (1-\varepsilon_i)E_i\right)$$

$$q_i = \varepsilon_i\left(n_i^\circ - E_i\right)$$

$$S_i E_i = \sum_{j=1}^{n} \phi_{ji} = \sum_{j=1}^{n} S_j R_j F_{ji}$$

$$S_i F_{ij} = S_j F_{ji}$$

$$S_i E_i = \sum_{j=1}^{n} S_i F_{ij} R_j \Rightarrow E_i = \sum_{j=1}^{n} R_j F_{ij}$$

$$q_i = R_i - E_i = R_i - \sum_{j=1}^{n} R_j F_{ij}$$

$$q_i = \sum_{j=1}^{n} \left(\delta_{ij} - F_{ij}\right) R_j$$

$$q_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(n_i^\circ - R_i\right) = \sum_{j=1}^{n}\left(\delta_{ij} - F_{ij}\right) R_j$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\varepsilon_i \Pi_i^\circ - \varepsilon R_i = (1-\varepsilon_i) \sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} - F_{ij}) R_j$$

$$= (1-\varepsilon_i)\left(R_i - \sum_{j=1}^{n} F_{ij} R_j\right)$$

$$= R_i - \sum_{j=1}^{n} R_j F_{ij} - \varepsilon_i \cdot R_i + \varepsilon_i \sum_j R_j F_{ij}$$

$$\varepsilon_i \Pi_i^\circ = R_i - \sum_{j=1}^{n} (1-\varepsilon_i) F_{ij} R_j$$

$$\Rightarrow \quad \Pi_i = \varepsilon_i \Pi_i^\circ = \sum_{j=1}^{n} R_j (\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i) F_{ij})$$

$$\Pi_i = \sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i) F_{ij}) R_j$$

$$\phi_{net\, 1\to 2} = S_1 q_1 = S_1 \left[\frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} (\Pi_1^\circ - R_1) \right]$$

$$\Pi_1 = (\delta_{11} - (1-\varepsilon_1) F_{11}) R_1^\circ + (\delta_{12} - (1-\varepsilon_1) F_{12}) R_2$$

$$\Pi_1 = R_1 + (0 - (1-\varepsilon_1)) R_2 = R_1 - (1-\varepsilon_1) R_2$$

$$\Pi_1 = R_1 - (1-\varepsilon_1) R_2$$

$$\Pi_2 = (\underset{\substack{\shortparallel \\ 0}}{\delta_{21}} - (1-\varepsilon_2) F_{21}) R_2 + (\underset{\substack{\shortparallel \\ 1}}{\delta_{22}} - (1-\varepsilon_2) F_{22}) R_2$$

$$\Pi_2 = R_2$$

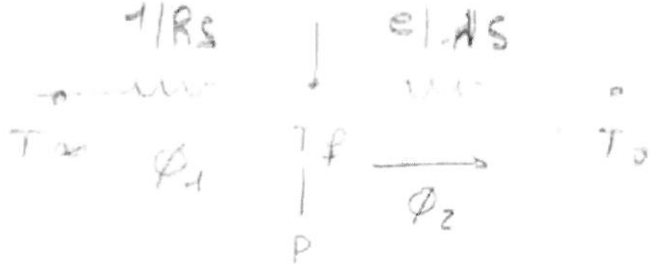
$$\phi_{net} = \frac{S_1 \varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} (\Pi_1^\circ - \varepsilon_1 \Pi_1^\circ - (1-\varepsilon_1) \varepsilon_2 \Pi_2^\circ) = S_1 \varepsilon_1 (\Pi_1^\circ - \Pi_2^\circ)$$

$$\boxed{\phi_{net} = S_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}$$

exo n°18

sur la feuille unidirectionel selon z

analogie electrique.



① $P = \varphi_1 + \varphi_2$

$(T_\infty - T_f) = \frac{1}{RS}\varphi_1$ | $(T_f - T_0) = \frac{e}{\lambda S}\varphi_2$

$(T_\infty - T_f) = \frac{1}{R}\varphi_1$ | $(T_f - T_0)\frac{\lambda}{e} = \varphi_2$

$\frac{2 \times 0{,}04}{10 \times 10^{-3}} = 8\ \mathrm{W\,m^{-2}} = \varphi_2$

$P - \varphi_2 = \varphi_1 = 1992$

$\frac{\varphi_1}{T_\infty - T_f} = R = \frac{1992}{2} = 996\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$

② on suppose $\varphi_1 = 2000$ $\varphi_2 = 0$

$R' = \frac{2000}{2} = 1000\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$

$\frac{R' - R}{R'} = 4{,}00 \times 10^{-3}$ soit 0,4 % d'erreur

$= 3{,}09 \times 10^{-3} \times \frac{1}{x} + 4{,}717$

ENSGSI 1° Année Ingénieur
Mardi 7 janvier 2003

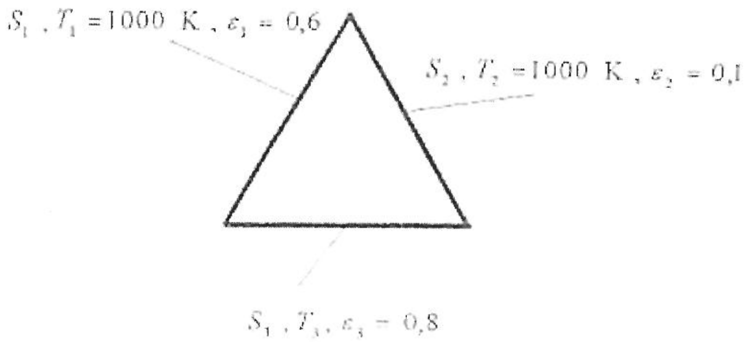
D. Maillet

Examen de Transferts Thermiques

Durée : 3h00 - Tout document de cours ou TD autorisé

Exercice 1

On considère un tunnel de section triangulaire équilatérale ($S_1 = S_2 = S_3 = S$), représenté ci-contre, et de longueur très grande dans la direction perpendiculaire au plan de la figure. Les faces sont supposées grises, diffuses et à températures uniformes.



Les émissivités ε_i de chacune des faces (i = 1 à 3) et les températures T_1 et T_2 sont données.

1) Calculer les 9 facteurs de formes F_{ij} correspondant à cette géométrie.
2) Calculer les flux nets (ramenés au mètre carré de surface) *quittant* les surfaces S_1 et S_2 pour que la surface S_3 *reçoive* un flux net radiatif de 2000 Wm^{-2}. Y a t-il un moyen simple de vérifier la cohérence de ces deux valeurs ?
3) En déduire la température de la surface S_3.

Exercice 2

Une ailette cylindrique en aluminium, de grande longueur et de section circulaire, est solidaire d'une paroi chaude à l'une de ses extrémités et transfère de la chaleur par convection vers un fluide froid.

1) Si l'on double le diamètre de ce barreau, de quel pourcentage va changer le flux évacué par l'ailette.
   Quels sont les hypothèses nécessaires au chiffrage de ce changement ?
2) Si un barreau de cuivre, de même diamètre, est utilisé en lieu est place de l'aluminium, de quel pourcentage va changer ce même flux ?

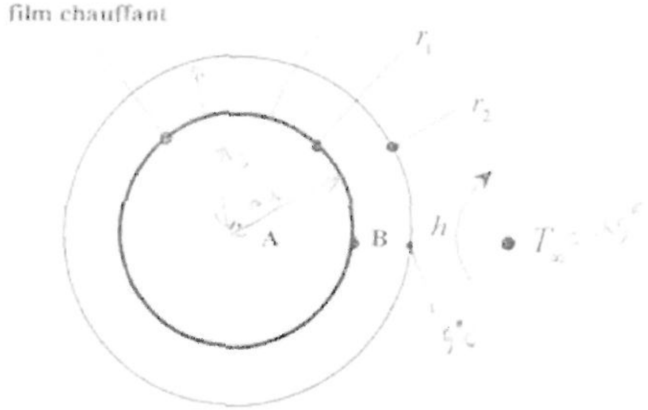
Exercice 3

Un fil en acier doux de 6 mm de diamètre, à une température initiale uniforme de 30°C est plongé brusquement dans un liquide dont la température est de 90°C. On suppose que le coefficient d'échange entre la surface du fil est le liquide reste constant et égal à 113 $Wm^{-2}K^{-1}$ pendant la phase de chauffage.

1) Calculer le nombre de Biot de ce transfert. Qu'en déduisez-vous ?
2) Au bout de combien de temps la température moyenne du fil atteint t-elle 60°C ?
3) Tracer qualitativement l'allure de l'évolution temporelle de la température du fil.

Exercice 4

Un film chauffant électrique est inséré entre un long barreau circulaire et un tube concentrique de rayons internes et externes $r_1 = 20$ mm et $r_2 = 40$ mm.
Le barreau (A) a une conductivité thermique $\lambda_A = 0,15$ $Wm^{-1}K^{-1}$, tandis que le tube (B), de conductivité $\lambda_B = 1,5$ $Wm^{-1}K^{-1}$, a sa face extérieure soumise à de la convection avec un fluide à la température $T_\infty = -15°C$ et un coefficient d'échange $h = 50$ $Wm^{-2}K^{-1}$.



La résistance de contact entre les surfaces cylindriques et le film chauffant est supposée négligeable.

1) Déterminer la puissance par unité de longueur (Watts/m) qui est nécessaire pour maintenir la surface extérieure du cylindre B à 5°C.

2) Quelle est la température du centre du cylindre A ?

correct° 1 correction exam GME 2.

exo 1.

$T_1 = 1000\,K$ $\quad$ $T_2 = 1000\,K$

$\varepsilon_1 = 0,6$ $\quad$ $\varepsilon_2 = 0,1$

$\varepsilon_3 = 0,8$

F_{ij} : ($j \rightarrow$, $i \downarrow$)

$i \backslash j$	1	2	3
1	0	0,5	0,5
2	0,5	0	0,5
3	0,5	0,5	0

Les surfaces st convexes $\Downarrow$ $F_{ii} = 0$

symétrie : $F_{12} = F_{13}$.

$$\sum_j F_{ij} = 1 \longrightarrow F_{11} + \underbrace{F_{12} + F_{13}}_{2F_{13}} = 1$$

or $S_i F_{ij} = S_j F_{ji}$

$S_1 = l \times w$ $\quad$ l : longueur d'1 côté

w : profondeur du tube.

CL : 3 reçoit 1 flux net radiatif de $2000\,W.m^{-2}$: $q_3 = -2000\,W.m^{-2}$

méthode des radiosités :

$$\sum_j A_{ij} R_j = B_j$$

sur S_1 : $B_1 = M_1 = \varepsilon_1 M_1^\circ$ $\quad$ $A_{1j} = \delta_{1j} - (1-\varepsilon_1) F_{1j}$

sur S_2 : $B_2 = M_2 = \varepsilon_2 M_2^\circ$ $\quad$ $A_{2j} = \delta_{2j} - (1-\varepsilon_2) F_{2j}$

sur S_3 : $B_3 = q_3$ $\quad$ $A_{3j} = \delta_{3j} - F_{3j}$

$A_{11} = 1$; $A_{12} = -0,4 \times 0,5$; $A_{13} = -0,4 \times 0,5$

$A_{21} = -0,9 \times 0,5$; $A_{22} = 1$; $A_{23} = -0,9 \times 0,5$

$A_{31} = -0,5$; $A_{32} = -0,5$; $A_{33} = 1$.

$R_1 = 55528 \, W.m^{-2}$

$R_3 = 54518 \, W.m^{-2}$

$R_3 = 53023 \, W.m^{-2}$

$$q_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(M_i^\circ - R_i) \longrightarrow q_1 = 1758 \, W.m^{-2}$$

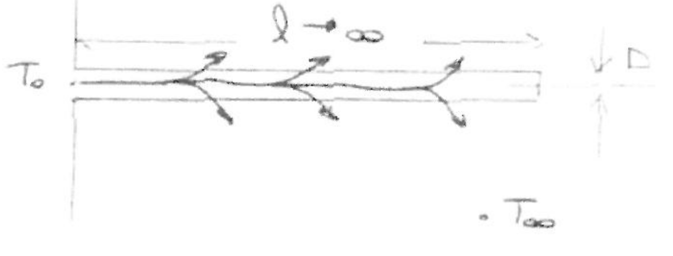
$q_2 = 242 \, W.m^{-2}$

$q_3 = -2000 \, W.m^{-2}$

$$T_3 = \left[\frac{1}{\sigma}\left(R_3 + \frac{q_3}{\varepsilon}\right)\right]^{1/4} \longrightarrow T_3 = 981 K$$

vérif° = $\Sigma q_i \cancel{S_i} = 0 \longrightarrow q_1 + q_2 + q_3 = 0$.

exo 2 :



$D \to D' = 2D$

$\phi \to \phi' = ?$

correct° 2 aileta semi-∞

1) $\dfrac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\alpha x}$

$$\alpha^2 = \frac{h \overset{\text{périmètre} = \pi D}{m}}{\lambda \underset{\text{sect°}}{S}} = \frac{h}{\lambda} \times \frac{\pi D}{\frac{\pi D^2}{4}} \rightarrow \alpha^2 = \frac{4h}{\lambda D}$$

$\alpha = 2\sqrt{\dfrac{h}{\lambda D}}$

$$\phi = -\lambda S \frac{dT}{dx}(x=0) = -\lambda S (T_0 - T_\infty) \times (-\alpha e^{-\alpha x}) \quad x = 0$$

$$\phi = \lambda \alpha S (T_0 - T_\infty)$$

$$= \lambda \times 2\sqrt{\frac{h}{\lambda D}} \times \frac{\pi D^2}{4}_{S} = \frac{\sqrt{\lambda}\, \pi \times 2\sqrt{h}}{4} D^{3/2} \Delta T$$

$$\hookrightarrow \phi = \frac{\pi \sqrt{\lambda h}}{2} D^{3/2} (T_0 - T_\infty).$$

$$\frac{\phi'}{\phi} = \frac{\frac{\pi}{2}\sqrt{\lambda h}\, D'^{3/2}}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\lambda h}\, D^{3/2}} = \left(\frac{\overset{2D}{D'}}{D}\right)^{3/2} = 2^{3/2} = 2\sqrt{2} = 2{,}82.$$

% chg^t : $\dfrac{\phi' - \phi}{\phi} = \dfrac{\phi'}{\phi} - 1$

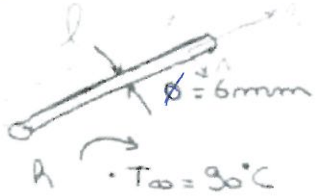
$= 2{,}82 - 1 = 1{,}82 \rightarrow 182\,\%$

2) $\dfrac{\phi_{cu}}{\phi_{al}} = \dfrac{\frac{\pi}{2}\sqrt{\lambda_{cu} h}\, D^{3/2}}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\lambda_{al} h}\, D^{3/2}} = \sqrt{\dfrac{\lambda_{cu}}{\lambda_{al}}} = \sqrt{\dfrac{395}{230}} = 1{,}31.$

% chg^t : $\dfrac{\phi_{cu} - \phi_{al}}{\phi_{al}} = \dfrac{\phi_{cu}}{\phi_{al}} - 1$

$= 1{,}31 - 1 = 0{,}31$

exo 3 :



$T_0 = 30°C$

$T(x, y, t)$

$h = 113\,W.m^{-2}.K^{-1}$; $\lambda = 54\,W.m^{-1}.K^{-1}$.

1) $$Bi = \frac{hD}{2\lambda_{solide}}$$

en prenant $\frac{D}{2}$: max [illegible] de T

$$Bi = 0{,}00628 \ll 0{,}1$$

hypothèse des petit corps. $T' = T - T_\infty$

2) bilan : $$mc\frac{dT}{dt} = -hS(T - T_\infty)$$

$$\rightarrow \frac{dT'}{dt} = -\frac{t}{\tau} \quad \text{ac} \quad \tau = \frac{mc}{\underbrace{hS}_{\text{surface d'échange}}} = \frac{\rho \times v \times c}{h \times \underbrace{m \times l}_{\text{périmètre}}}$$

$$\rightarrow \tau = \frac{\rho v c}{h \times \pi D l} \qquad v = \underbrace{\frac{\pi D^2}{4}}_{\text{sect}^{\circ}} \times l$$

$$\Longrightarrow \tau = \frac{\rho c D}{4h} = 48{,}3\,s.$$

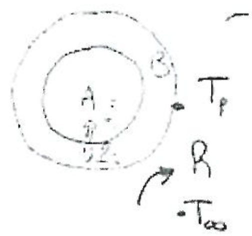
$$\frac{T'}{T'(t=0)} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-t/\tau}$$

$$\frac{T - T_0}{T_0 - T_\infty} + 1 = e^{-t/\tau}$$

correct° 3 $\Longrightarrow \dfrac{T - T_0}{T_\infty - T_0} = 1 - e^{-t/\tau} = \dfrac{60-30}{90-30} = \dfrac{1}{2}.$

$\longrightarrow t = \tau \ln 2 = 33{,}5\ s$ et $T = 60°C$

exo 4 -

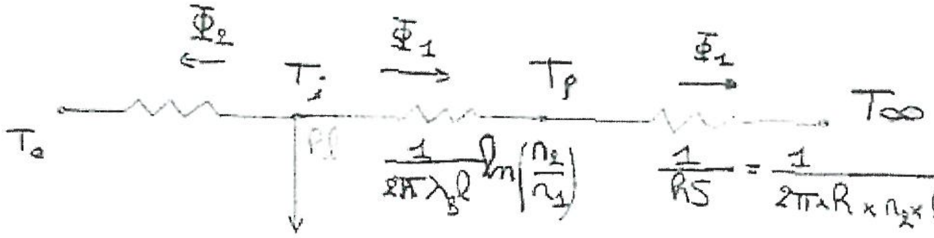


$\lambda_A = 0{,}15\ W.m^{-1}.K^{-1}$
$\lambda_B = 1{,}5\ W.m^{-1}.K^{-1}$
$r_1 = 20\ mm$
$r_2 = 40\ mm$
$h = 50\ W.m^{-2}.K^{-1}$
$T_\infty = -15°C$

. puissance /m pr $T_p = 5°C$? $\rightarrow P\ (W/m)$.

pb 1D : T dépend de r, permanent, source surfaciq
↓
résistance

flux W $\longrightarrow$ flux linéiq W/m.
Φ $\qquad$ ϕ $\qquad$ $\Phi = \ell\phi$.



$\dfrac{1}{2\pi\lambda_B \ell}\ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)$ $\qquad$ $\dfrac{1}{hS} = \dfrac{1}{2\pi h \times r_2 \times \ell}$.

$\Phi_1 + \Phi_2 = P\ell = RI^2$

en permanent : $\Phi_2 = 0 \Longrightarrow \Phi_1 = P\ell$.

$$T_p - T_\infty = P\cancel{\ell} \, \frac{1}{2\pi \lambda_B \cancel{\ell}}$$

$$\longrightarrow P = 251{,}3 \, W.m^{-1}$$

ac $$T_i - T_\infty = P\ell \left(\frac{1}{2\pi \lambda_\ell \ell} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{2\pi r_2 h \ell} \right)$$

$$\Longrightarrow T_i = 23{,}4 \, °C.$$

ENSGSI 1° Année Ingénieur
Lundi 20 novembre 2006

D. Maillet

Examen de Transferts Thermiques

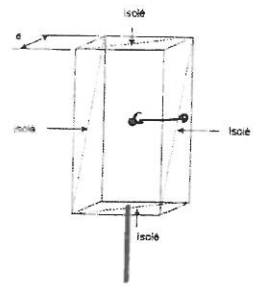
Durée : 2h00 - Tout document de cours ou TD autorisé

Exercice 1

Une conduite cylindrique en acier doux (diamètre intérieur : 15 mm, diamètre extérieur : 21 mm, conductivité: 54 W m^{-1} K^{-1}) est traversée par un débit intérieur d'eau à 50°C et refroidie par de l'air à 10°C sur sa surface extérieure. Les coefficients d'échange interne et externe avec les deux fluides valent respectivement 3000 et 10 Wm^{-2} K^{-1}.

1) Faire un schéma du problème et calculer le flux de chaleur échangé par les deux fluides par unité de longueur de la conduite.
2) Quelles sont les températures de paroi interne et externe de la conduite.
3) Quel sont les mécanismes thermiques que chacun des deux coefficients d'échange précédents sont sensés représenter ?

Exercice 2



Un bâton glacé (voir figure ci-contre) est sorti du congélateur à une température initiale de −18°C. Il se réchauffe dans l'air ambiant à une température de +18°C. On suppose que ce bâton de crème glacée est assimilable à un parallélépipède et que deux de ses faces parallèles verticales échangent de la chaleur avec l'extérieur au travers d'un coefficient h, les 4 autres faces restant isolées. On appelle e l'épaisseur de cette glace (distance séparant les 2 faces non isolées) et on suppose que la crème glacée a les propriétés de la glace : conductivité : 2,22 W m^{-1} K^{-1}, chaleur volumique : 1,88 10^6 J K^{-1} m^{-3}. On cherche le temps t_1 qu'il faut attendre pour que les deux faces non isolées atteignent 0°C.

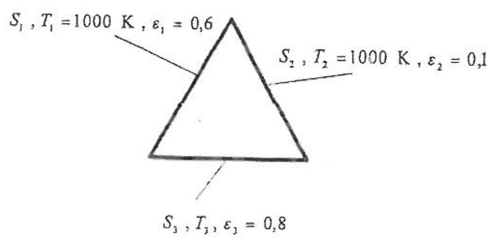
le nbre de [illegible].

1) Quel est la valeur du nombre de Biot si le coefficient d'échange h vaut 10 W m^{-2} K^{-1} et que l'épaisseur de la glace est e = 2 cm ? Construire alors le modèle transitoire le plus simple permettant de calculer le temps t_1 et donner la valeur de ce dernier. On justifiera l'emploi de ce modèle.

2) On suppose maintenant que la glace est plus épaisse (e = 4 cm) et qu'un vent violent souffle autour de celle-ci, portant la valeur du coefficient h à 100 W m^{-2} K^{-1}. Utilisez alors un modèle adapté pour calculer le temps t_1.
<u>Suggestion</u> : on déterminera au préalable la température régnant dans le plan de symétrie de la glace lorsque ses parois sont à 0°C.

Exercice 3

On considère un tunnel de section triangulaire équilatérale ($S_1 = S_2 = S_3 = S$), représenté ci-contre, et de longueur très grande dans la direction perpendiculaire au plan de la figure. Les faces sont supposées grises, diffuses et à températures uniformes.



Les émissivités ε_i de chacune des faces (i = 1 à 3) et les températures T_1 et T_2 sont données.

1) Calculer les 9 facteurs de formes F_{ij} correspondant à cette géométrie.
2) Calculer les flux nets (ramenés au mètre carré de surface) *quittant* les surfaces S_1 et S_2 pour que la surface S_3 *reçoive* un flux net radiatif de 2000 Wm^{-2}. Y a t-il un moyen simple de vérifier la cohérence de ces deux valeurs ?
3) En déduire la température de la surface S_3.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
EN GÉNIE DES SYSTEMES INDUSTRIELS

EXAMEN de : 6ME2

Date : 20.11.06

Nom et prénom de l'Élève : MAGOT Diane

Année : 2006-07

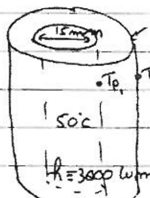
Ne rien écrire dans cette case

15,3 / 20

29 / 38

• Exercice 1 : 11/12

1) $\lambda = 54\ W.m^{-1}$



$$(T_{int} - T_\infty) = \left(\frac{1}{h_{int} S_{int}} + \frac{1}{h_{ext} S_{ext}} + \frac{\ln(R_2 - R_1)}{2\pi\lambda L}\right)$$

$$\phi = \frac{(T_{int} - T_\infty)}{L}\left(\frac{1}{\frac{1}{h_{int} S_{int}} + \frac{1}{h_{ext} S_{ext}} + \frac{\ln(R_2 - R_1)}{2\pi\lambda L}}\right)$$

A.N: $\phi = (50 - 10)\left(\frac{1}{\frac{1}{3000 \times 2\pi\left(\frac{15.10^{-3}}{2}\right)} + \frac{1}{10 \times 2\pi\left(\frac{21.10^{-3}}{2}\right)} + \frac{\ln((21-15).10^{-3})}{2\pi \times 54}}\right)$

A.N: $\phi = 26,52\ W.m^{-1}$

8

2) $\phi = hS(T_{p_2} - T_\infty)$

$hST_{p_2} = \phi + hST_\infty$

$T_{p_2} = \frac{\phi}{hS} + T_\infty$

A.N: $T_{p_2} = \frac{26,52}{10 \times 2\pi\frac{(21.10^{-3})}{2}} + 10$

$T_{p_2} = 50,19\ °C$

$\phi = hS(T_{p_1} - T_{int})$

$T_{p_1} = \frac{\phi}{hS} + T_{int}$

A.N: $T_{p_1} = \frac{26,52}{3000 \times \pi(15.10^{-3})} + 50$

$T_{p_1} = 50,18\ °C$

3) Les coefficients d'échange convectif représentent les mécanismes de convection qui existent entre l'acier et les fluides.

+ rayonnement

• Exercice 2 : 6/12

$\lambda = 2,22\ W.m^{-1}.K^{-1}$

$c = 1,88 . 10^6\ J K^{-1} m^{-3}$

1) $Bi = \frac{R_{int}}{R_{ext}} = \frac{e}{\lambda S} \times hS = \frac{2e\,h}{\lambda}$

A.N: $Bi = \frac{2 \times 2.10^{-2} \times 10}{2,22} \simeq 0,18 << 1$

Le nombre de Biot étant très inférieur à 1 on peut appliquer l'hypothèse du petit corps :

$$mc\frac{\partial T}{\partial t} = -hS2(T-T_\infty)$$

on prend $\rho_{eau} = 1000$

On pose $\theta = T - T_\infty$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{h2S}{mc}\theta = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{h2S}{mc} = \frac{1}{\tau}$$

On a alors $\theta = A e^{-t/\tau}$ avec à $t=0$ $\theta = T_0 - T_\infty$ et $T_0 = -18\,°C$

D'où $\theta = (T_0 - T_\infty) e^{-t/\tau}$

et $\underline{T = (T_0 - T_\infty) e^{-t/\tau} + T_\infty}$

Et à $T = 0\,°C$

$$0 = (-18-(+18))e^{-t_1/\tau} + 18$$

$$\frac{-18}{-36} = 0{,}5 = e^{-t_1/\tau}$$

$$\ln(0{,}5) = -\frac{t_1}{\tau}$$

a simplifier

et $t_1 = -\ln(0{,}5)\times\tau$ avec $\tau = \dfrac{1}{\dfrac{2\times 10\times S}{1000\times S\times e\times 1{,}88\cdot 10^6}}$

$\tau = 1{,}88\cdot 10^{-6}$

et $\underline{t_1 = 1{,}30\cdot 10^6\,s \simeq 362\text{ heures}}$

cela ne vous choque pas ?

Ce modèle est donc justifié par le fait que l'on peut considérer le transfert comme unidirectionnel puisque $R_{int} \ll R_{ext}$

(air)

2) $Bi = \dfrac{2eh}{\lambda} = \dfrac{2\times 4\cdot 10^{-2}\times 100}{2{,}22} = 3{,}6$

On constate que l'on ne peut pas appliquer l'hypothèse du petit corps

On écrit l'équation de la chaleur dans un problème unidirectionnel :

$$\lambda\Delta T = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{donc} \quad \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} = cste = A$$

$$T = \frac{A}{\rho c}t + B \quad \text{et} \quad T = \frac{A}{2\lambda}x^2 + Cx + D$$

• Exercice 3 : 12/12

1) F_{ij}

$i \backslash j$	1	2	3
1	0	0,5	0,5
2	0,5	0	0,5
3	0,5	0,5	0

car les surfaces sont planes donc $F_{ii} = 0 \ \forall i$

et par symétrie $F_{12} = F_{13}$ et $F_{21} = F_{23}$

avec $F_{11} + F_{12} + F_{13} = F_{11} + 2F_{12} = 1$

$\Rightarrow 2F_{12} = 1 \Rightarrow F_{12} = F_{13} = 0{,}5$

D'où $F_{21} = F_{12}\times\underbrace{\dfrac{S_1}{S_2}}_{=1} = F_{12}$

De même pour F_{13} et F_{32} car $S_1 = S_2 = S_3$

2) Méthode des radiosités

$$\sum_{i}^{3} A_{ij} R_j = B_j$$

De plus les surfaces étant grises, diffuses

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
EN GÉNIE DES SYSTEMES INDUSTRIELS

EXAMEN de : GME2

Date : 20.11.06

Nom et prénom de l'Élève : MAGOT Diane

Année : 2006-07

Ne rien écrire dans cette case

• Suite de l'exercice 3 :

Sur S_1 : $B_1 = M_1 = \varepsilon_1 M_1^\circ$

avec $A_{1j} = \delta_{1j} - (1-\varepsilon_1) F_{1j}$

Sur S_2 : $B_2 = M_2 = \varepsilon_2 M_2^\circ$

avec $A_{2j} = \delta_{2j} - (1-\varepsilon_2) F_{2j}$

Sur S_3 : $B_3 = q_3$ et $A_{3j} = \delta_{3j} - F_{3j}$

D'où $A_{11} = 1 - 0 = 1$ $A_{12} = (1-0{,}6)0{,}5 = -0{,}2$ $A_{13} = -0{,}5$

$A_{21} = -0{,}45$ $A_{22} = 1$ $A_{23} = -0{,}45$

$A_{31} = -0{,}5$ $A_{32} = -0{,}5$ $A_{33} = 1$

D'où $(A_{11} + A_{2,1} + A_{3,1}) R_1 = B_1$

et $R_1 = \frac{B_1}{A_{11}+A_{21}+A_{31}}$ A.N : $R_1 = 55\,528\ W.m^{-2}$

$R_2 = 54\,518\ W.m^{-2}$

$R_3 = 53\,023\ W.m^{-2}$

$R_2 = \frac{B_2}{A_{12}+A_{22}+A_{32}}$

$R_3 = \frac{B_3}{A_{13}+A_{23}+A_{33}}$

et $q_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(M_i^\circ - R_i)$

A.N : $q_1 = 1758\ W.m^{-2}$ et $q_2 = 242\ W.m^{-2}$

On peut vérifier par la relation :

$q_1 + q_2 + q_3 = 0$ or $q_3 = -2000\ W.m^{-2}$

et $-2000 + 1758 + 242 = 0$

car il y a conservation du flux

3. $T_3 = \left[\frac{1}{\sigma}\left(R_3 + \frac{q_3}{4}\right)\right]^{1/4}$

A.N : $T_3 = \left[\frac{1}{5{,}67.10^{-8}}\left(53023 + \frac{2000}{4}\right)\right]^{1/4}$

$T_3 = 981\ K$

ENSGSI
$1^{ère}$ Année Ingénieur **Examen de Transferts Thermiques -** **D. Maillet**
mardi, 22 novembre 2005

Tout document autorisé – Les coefficients thermophysiques manquants pourront être relevés dans les deux polycopiés (conduction et rayonnement)

<u>Exercice 1</u>

Un transistor en forme de disque, de 10 mm de diamètre et d'épaisseur négligeable, dissipe 0,5 W en régime permanent. On suppose que l'ensemble du disque est à température uniforme. Pour que le transistor fonctionne correctement il faut que cette température ne dépasse pas 50°C.

ΔT

1) Quelle est la température du transistor s'il est refroidi par convection sur ses deux faces, avec de l'air ambiant à une température de 20 °C, avec un coefficient h de 50 Wm^{-2} ?

2) Afin de faire baisser cette température, pour la ramener à 50°C, on décide de souder sur le transistor une ailette qui est un tube de cuivre de hauteur L, de 10 mm de diamètre extérieur et de 0,25 mm d'épaisseur (voir Fig. 1). En première approximation, on suppose que le coefficient h précédent s'applique maintenant sur la seule face externe du tube et sur la face inférieure du disque.

a) Peut-on appliquer l'hypothèse d'ailette au tube de cuivre ? Pourquoi ?

b) Calculer le flux qui doit être évacué par l'ailette (en « pied » d'ailette : $x = 0$) si l'on veut une température de 50°C pour le transistor.

c) Ecrire l'équation différentielle de l'ailette (en x, axe vertical) et donner sa solution (on supposera l'extrémité en $x = L$ isolée) ainsi que l'expression du flux à évacuer.

d) En déduire la longueur minimum L qu'on doit donner à l'ailette.

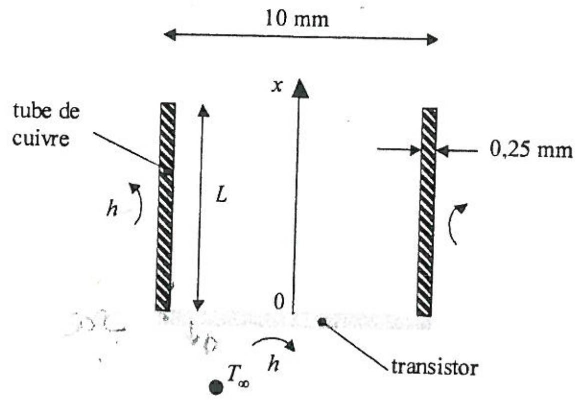
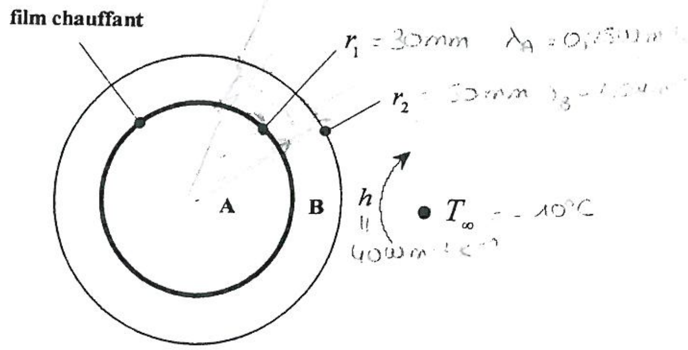


Fig. 1 – Transistor refroidi

<u>Exercice 2</u> X (cf. 2003)

Un film chauffant électrique est inséré entre un long barreau circulaire et un tube concentrique de rayons interne et externe $r_1 = 30$ mm et $r_2 = 50$ mm.
Le barreau (A) a une conductivité thermique $\lambda_A = 0{,}25\ \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, tandis que le tube (B), de conductivité $\lambda_B = 2{,}5\ \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, a sa face extérieure soumise à de la convection avec un fluide à la température $T_\infty = -10$°C avec un coefficient d'échange $h = 40\ \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$. La résistance de contact entre les surfaces cylindriques et le film chauffant est supposée négligeable.



1) Déterminer la puissance par unité de longueur (Watts/m) qui est nécessaire pour maintenir la surface extérieure du cylindre B à 10°C.
2) Quelle est la température du centre du cylindre A ?

<u>Exercice 3</u>

On suppose qu'une sphère solide, de diamètre $d_1 = 10$ cm et d'émissivité externe égale à 1, est portée à une température de 1000 K. Cette sphère est située à l'intérieur d'une deuxième sphère, de rayon $d_2 = 15$ cm et d'émissivité interne égale à 0,1, qui est portée à une température de 300K.

1) Calculer le flux radiatif net échangé entre les deux surfaces.
2) Ce résultat est-il modifié si les centres des deux sphères ne sont pas confondus. Si votre réponse est oui à cette question, calculez le nouveau flux net échangé si les centres de chacune des sphères sont distants de 2 cm.

<u>Rappel</u> : aire d'une sphère de diamètre d : $S = \pi d^3/6$